



TITLE:

A bifurcation phenomenon of Stokes curves around a double turning point, and influence of virtual turning points upon the transition probabilities for three-level systems( Abstract\_要旨 )

AUTHOR(S):

Sasaki, Shinji

---

CITATION:

Sasaki, Shinji. A bifurcation phenomenon of Stokes curves around a double turning point, and influence of virtual turning points upon the transition probabilities for three-level systems. 京都大学, 2016, 博士(理学)

ISSUE DATE:

2016-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k19471>

RIGHT:

学位規則第9条第2項により要約公開; 許諾条件により本文は2018-10-01に公開

( 続紙 1 )

京都大学	博 士 ( 理 学 )	氏名	佐々木 真二
論文題目	A bifurcation phenomenon of Stokes curves around a double turning point, and influence of virtual turning points upon the transition probabilities for three-level systems (二重変わり点におけるStokes曲線の分岐現象, そして三準位系の遷移確率に対する仮想変わり点の影響)		
(論文内容の要旨)			
<p>エネルギー準位の交差に伴う非断熱遷移確率を計算する問題は、LandauやZenerの先駆的な研究以来、数学のみならず物理や化学の分野においても重要な問題として多くの研究がなされてきた。そこでの中心的な課題は、時間変数が負の無限大から正の無限大まで変化したときの解（状態ベクトル）の遷移を記述するいわゆるS行列（接続行列）を求めることである。この問題に対して、青木・河合・竹井の三氏による共同研究が示すように、完全WKB解析は強力な解析手法を提供する。しかし、単純な二準位系を除き一般の多準位系を論じる際には、高階常微分方程式の場合と同様に仮想的変わり点や新しいストークス曲線を扱う必要が生じ、実際、実数でない変わり点が存在する場合には仮想的変わり点や新しいストークス曲線の影響が接続行列に現われ得ることが首藤氏により指摘された。こうした背景を踏まえ、学位申請者の佐々木真二氏は、本学位論文と参考論文において非断熱遷移確率に対する仮想的変わり点や新しいストークス曲線の影響を組織的に考察した。</p> <p>佐々木氏は、まず参考論文において、仮想的変わり点や新しいストークス曲線を考慮に入れない限り接続行列や遷移確率が正確に計算できない例を見出した後、さらに本学位論文では、次のような興味深い結果を示した。（1）仮想的変わり点や新しいストークス曲線の接続行列への影響を実際に計算するには二重変わり点の近傍におけるある種のストークス曲線の分岐現象の解析が必要であることを示し、さらに二重変わり点におけるWKB解の接続公式の具体形を用いてこの分岐現象を解明することに成功した。（2）この分岐現象の解析結果を利用して、仮想的変わり点や新しいストークス曲線が単に無視できないのみならず、その遷移確率への影響が通常の変わり点やストークス曲線の影響よりも真に大きい（より正確には、指数函数的に大きい）三準位問題の例が存在することを示した。この結果は、接続行列や遷移確率を論じる際には、その近似計算のレベルにおいてすら、仮想的変わり点や新しいストークス曲線の考慮が必要不可欠であることを意味する。</p> <p>以下、上記の結果を導出するために佐々木氏が本学位論文で展開した議論の概要を述べる。仮想的変わり点の影響が遷移確率に現われるのを確かめるだけならストークス曲線の形状を調べれば十分だが、その影響の大きさまで量的に論じるには接続行列を具体的に計算する必要がある。佐々木氏は、上記の主張を満たす三準位問題の興味深い例を見出した上で、接続行列の計算を具体的に実行した。首藤氏や佐々木氏自身が参考論文で扱った例と同様に、佐々木氏の見出した例は実数でない変わり点が存在するような場合であり、物理的な要請から、こうした場合には実数でない（特に複素共役な）変わり点同士がストークス曲線で結ばれるという退化が生じる。接続行列の計算にあたっては、まず系に複素の微小摂動を加えてこの退化を解消しなければならない。佐々木氏は、この退化の解消の仕方の多様性が原因と</p>			

(続紙 2 )

なって二重変わり点の近傍でのストークス曲線の分岐現象がこの問題に関わってくることを指摘し、既に知られていた二重変わり点におけるWKB解の接続公式の具体形を巧みに用いることによりこうした分岐現象が遷移確率の導出に本質的には寄与しないことを鮮やかに証明した上で、接続行列の計算を見事に最後まで実行した。

(論文審査の結果の要旨)

量子力学で用いられてきた従来のWKB近似を発展させ、Borel総和法を用いて近似理論の枠組を越えたexactな解析手法を与えるのが完全WKB解析であり、Fuchs型方程式のモノドロミー群や本学位論文でも論じられている非断熱遷移確率の計算等、その手法は数学のみならず物理や化学のいろいろな問題に広く応用可能である。しかし、二階の常微分方程式の場合は別として、高階常微分方程式を論じる際には、最初にBerk, Nevins, Robertsという三人の物理学者によって指摘され、その後青木、河合、竹井の三氏によって系統的に研究されてきたように、仮想的変わり点や新しいストークス曲線という従来の漸近解析では全く扱われなかった幾何学的対象が問題となる。多準位系の非断熱遷移確率についても事情は同様であり、申請者の佐々木真二氏が参考論文とこの学位論文で論じたのは、この仮想的変わり点や新しいストークス曲線が多準位系の非断熱遷移確率問題にどの程度の影響を及ぼすかという、困難ではあるものの重要かつ興味深いテーマである。

「論文内容の要旨」の項でも述べたように、仮想的変わり点や新しいストークス曲線が近似計算のレベルにおいてすら遷移確率の計算に必要不可欠であることを示した佐々木氏の結果は、この意味で非常に基本的で意義深いものである。折しも本多・河合・竹井の三氏の共著による「Virtual Turning Points」というモノグラフがシュプリンガー社から昨年出版されたことも相まって、佐々木氏の本学位論文が仮想的変わり点を用いた非断熱遷移確率の解析という研究テーマを大きく推進する起爆剤になり得ることも十分に期待できる。さらに、二重変わり点の近傍でのストークス曲線の分岐現象の由来である「変わり点同士がストークス曲線で結ばれる」という退化は、Gaiotto, Moore, Neitzkeといった数理論理学者が「spectral networks」という名で精力的に研究を行っている壁越え理論とも密接に関連する。こうしたストークス曲線の退化と関連する壁越え理論は、二階常微分方程式の場合については既に詳細な解析がなされているが、高階方程式の場合は新しいストークス曲線の問題とも関係して未だほとんど解析が進んでいないのが実情である。二重変わり点の近傍でのストークス曲線の分岐現象を解明した今回の佐々木氏の仕事は、この方面の研究の第一歩とも見なし得るものである。このように、佐々木氏の本学位論文は、いろいろな数学および(数理)物理学・化学の分野とも関わり得る非常に将来性豊かな論文といえることができる。

以上により、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。また、平成28年1月19日に公開講演会を開催し、佐々木氏に本論文の主結果とその意味を説明してもらい、その後に引き続いて論文内容とそれに関連した口頭試問を行った。その結果合格と判定した。

要旨公表可能日：                      年                      月                      日以降